Inquadramento generale dei processi gravitativi profondi (volcanic spreading) sui vulcani

24 aprile 2006

Carlo Delcroix Karl Browny Andrea Borgia EDRA, via di Fioranello 31, 00134 Roma

Alberto Verzellino Giovanni Grieco Dip. Scienze della Terra "A. Desio", Univ. degli Studi di Milano, via Botticelli 23, 20133 Milano

Giovanna Moratti

Istituto di Geoscienze e Georisorse IGG-CNR, Unità Operativa di Firenze via G. La Pira, 4, 50121 Firenze

1. Introduzione

La tettonica gravitativa (Borgia et al., 2006) induce deformazioni che, a tutte le scale, possono essere isolate o sovrapporsi alle deformazioni prodotte dalla tettonica regionale. Affinché detta tettonica gravitativa possa avere luogo ha bisogno che si verifichino due condizioni.

La prima condizione necessaria, ma non sufficiente, consiste nella presenza di gradienti orizzontali di densità; quindi, laddove esistono rilievi topografici, come nelle aree vulcaniche in genere ed al Monte Amiata in particolare, questa condizione è sempre verificata. I gradienti orizzontali di densità generano forze che sono dirette dalle zone a maggiore densità a quelle a minore densità. Naturalmente tali forze gravitative implicano delle deformazioni che, nel caso di materiali puramente elastici, sono finite nel tempo, ma che diventano infinite qualora vengano coinvolti materiali con una reologia visco-elastica.

La seconda condizione necessaria si applica alla deformazione. Questa condizione è soddisfatta quando la viscosità delle rocce in gioco è sufficientemente bassa da permettere una deformazione consistente prima che l'erosione abbia asportato il rilievo topografico, o quando altri processi abbiano ridotto il gradiente di densità. Allo stesso tempo, detta viscosità, deve essere sufficientemente alta da impedire uno smussamento troppo repentino del rilevo topografico o del gradiente orizzontale di densità. In questo caso, infatti, si cadrebbe nel campo più proprio delle frane e dei fenomeni di creep.

Perciò, i fenomeni propri della tettonica gravitativa, che hanno in genere velocità di deformazione inferiori a 1 cm/a, sono limitati ad un intervallo massimo di 4 ordini di grandezza, sia nelle dimensioni spazio-temporali che nella viscosità, cioè di 10^3-10^6 m, di 10^4-10^7 anni e di $10^{17}-10^{20}$ Pa s (Borgia et al., 2006).

2. Strutture generate dalla tettonica gravitativa sui vulcani

Il fenomeno dello sfiancamento ed espansione vulcanica ("volcanic spreading"; cf. Borgia e Treves, 1992; Borgia, 1994; Van Wyk De Vries e Matela, 1998; Borgia et al., 2000a) si verifica generalmente su edifici vulcanici che sono stati messi in posto al disopra di unità geologiche caratterizzate da una litologia a comportamento duttile, quale ad esempio è quella delle argille o dei gessi. Su queste litologie l'edificio vulcanico affonda, sfiancandosi e collassando, secondo un processo fenomenologico ben definito. Si formano così strutture caratteristiche generate dall'estensione e collasso delle aree sommitali e dalla compressione e sollevamento delle aree basali (Van Bemmelen, 1949; Merle e Borgia, 1996; Fig. 2.1). Tali strutture sono generalmente ben identificabili sia tramite rilievi geologici e geofisici, che tramite tecniche che utilizzano sensori remoti.

I collassi sommitali sono caratterizzati da strutture a horst e graben che tendono ad unirsi ed interferire sulla sommità del vulcano. Ognuno dei graben, essendo generato dall'intersezione di faglie normali coniugate con il cono vulcanico, tende ad avere in pianta una geometria a "foglia" mentre gli horst delimitati dai graben presentano una geometria a "cuneo".

Il sollevamento al piede del vulcano è caratterizzato da strutture compressive che possono variare da pieghe di propagazione di faglia, qualora lo strato fragile (tra il vulcano e lo strato duttile) sia sufficientemente spesso, a diapiri delle unità duttili, qualora lo strato fragile sia insignificante (Van Wyk De Vries e Borgia, 1996). Ovviamente possono, anche nello stesso vulcano, essere presenti tutte le strutture intermedie variamente complesse.

Piuttosto che fare un elenco dettagliato di tutta la bibliografia relativa allo "spreading" vulcanico si ritiene necessario descrivere brevemente alcuni casi specifici che meglio possono mettere in evidenza l'importanza dell'espansione vulcanica all'Amiata.



Fig. 2.1. a) Strutture di collasso gravitativo al Vulcano Ardjuno, Java, secondo Van Bemmelen (1949) Notare le faglie listriche imbricate che tagliano la vetta del vulcano e le strutture compressive anticlinali alla base. **b)** Vista obliqua di un modello analogico di "spreading" vulcanico alla fine della deformazione (da Merle e Borgia, 1996). Sotto all'edificio vulcanico simulato con la sabbia, vi è uno strato fragile sempre di sabbia ed uno strato duttile simulato con il silicone. L'esperimento mostra tre graben a foglia che si intersecano alla sommità del vulcano (area chiara) e che individuano una serie di horst a cuneo. La piega anticlinale alla base del vulcano è presente unicamente da un lato in quanto il margine di sinistra vicino alla base dell'edificio vulcanico ne impedisce l'espansione in quella direzione. Questo tipo di deformazione è sufficientemente simile a quanto si osserva al Monte Etna.

Un esempio classico di "volcanic spreading" si può osservare al Vulcano Etna (Borgia et al., 1992; Neri et al., 2004; Fig. 2.2) dove l'edificio vulcanico è per buona parte costruito

su argille marine Plioceniche che cedono sotto il suo peso. All'Etna vi è anche un'altra componente che contribuisce in modo fondamentale all'espansione vulcanica, che è la spinta laterale indotta dal rilassamento e flusso dei complessi intrusivi. Tale spinta è, oltre all'affondamento negli strati duttili superficiali, una delle componenti fondamentali del "volcanic spreading" (Borgia, 1994; Merle e Vendeville, 1995).



Fig. 2.2. Schema geodinamico del Vulcano Etna (Borgia et al., 2000b). Notare le strutture di collasso sommitale tra gli horst a cuneo, evidenziati dal motivo con le piccole "v", e le pieghe anticlinali a ginocchio alla base del vulcano. MAC = Catena Appennino-Magrabide; SEC = Argille Subetnee; VB = Valle del Bove; area punteggiata nella VB rappresenta l'estensione in pianta del complesso intrusivo a 5 km di profondità. Le linee continue spesse indicano le faglie; in particolare, TF = faglie delle Timpe, MF = Faglie di Messina, PF = Faglia Pernicana, TMF = faglia Trecastagni-Mascalucia, RF = Faglia di Ragalna. La linea con i rombi ad est e sud segna la culminazione delle strutture anticlinali compressive basali; NI = Nicolosi; MB = Misterbianco; CT = Catania; linee continue = fratture eruttive; punti neri = coni piroclastici; i pattern a "v" indicano gli horst a cuneo. Gli epicentri dei maggiori terremoti sono indicati con dei cerchietti. Le frecce in grassetto indicano i movimenti misurati con il GPS relativamente alla MAC dal 1995 al 1997.



Fig. 2.3. Schema Geologico del Vulcano Concepción in Nicaraua e sezione geologica interpretativa, secondo Borgia e Van Wyk De Vries (2003). Si noti l'ampia e complessa zona di compressione alla base ovest del vulcano. Ad est sono prevalentemente presenti diapiri di argille lacustri. La zona centrale è tagliata da una serie di coni avventizi in direzione nord-sud. I complessi intrusivi potrebbero contribuire alle deformazioni visibili superficialmente.

Alla sommità dell'Etna si possono osservare almeno tre graben a foglia che formano la Valle del Bove, il Piano Provenzana e la Valle degli Zappini. inoltre tra gli horst a cuneo spiccano il Monte Pomiciaro e la Serra delle Concazze. Tale complesso sommitale di collasso ha una subsidenza che può raggiungere anche i 10 cm per anno.

Alla base dell'Etna si possono osservare nella zona a est del vulcano (sotto il livello del mare) ed a sud (tra Aci Castello, Catania e Motta Santanastasia) pieghe di propagazione di faglia, anticlinali a ginocchio con vergenza opposta al vulcano, che si sollevano di qualche centimetro all'anno (Borgia et al., 2000b).

Un vulcano dove invece al piede si sono formate strutture diapiriche è il Vulcano Concepciòn ubicato nel Lago di Nicaragua (Fig. 2.3). Tale vulcano (Borgia e Van Wyk de Vries, 2003) è stato messo in posto su sedimenti argillosi lacustri non consolidati, i quali sotto il suo carico litostatico vengono strizzati ed espulsi radialmente dando luogo a vistose "onde" di sedimenti argillosi con struttura caotica. Su queste onde diapiriche sono spesso presenti, in forma di zatteroni isolati, i resti sollevati delle colate di lava che un tempo ricoprivano le formazioni argillose.

Al Vulcano Vesuvio (Borgia et al., 2005) la tettonica gravitativa è di minor ampiezza sia nelle dimensioni spaziali che nei tassi di deformazione (Fig. 2.4). Le ragioni fondamentali di tale differenza risiedono nel fatto che il vulcano è relativamente più piccolo ed ha uno strato fragile, tra il vulcano e lo strato duttile, di maggior spessore e resistenza rispetto ai vulcani Etna e Concepción. Comunque anche al Vesuvio è ipotizzabile che la caldera Somma abbia una forte componente di tettonica gravitativa che ha portato alla formazione di graben a foglia e horst a cuneo. Attorno alla base da SO a SE sono presenti delle anticlinali che presentano circa 20 m di uplift rispetto alle aree circostanti. Sia la subsidenza sommitale che il sollevamento basale sono stati documentati tramite livellazioni e misure di spostamento eseguite con la tecnica interferometrica SAR.



Fig. 2.1. Schema geodinamico del Vesuvio secondo il modello dell'espansione vulcanica (Borgia et al., 2005). **a**) Geologia e struttura: si noti come è stato ipotizzato che il complesso calderico sommitale sia formato da una serie di graben a "foglia" sovrapposti e dai relativi horst a "cuneo"; si noti altresì le strutture di sollevamento compressive alla base del vulcano che si trovano anche a mare. **b**) Sezione geologica. Verde: basamento carbonatico; giallo: sedimenti del graben della Pianura Campana; rosa: sedimenti argillosi marini, rosso fucsia: lave e vulcaniti interstratificate con i sedimenti marini; marrone: depositi di colata piroclastica pre-Vesuvio; grigio: unità laviche del Monte Somma; celeste: depositi di colata piroclastica delle fasi esplosive del Vesuvio; rosso sangue: lave del Vesuvio post-1631.

Ovviamente nei luoghi dove la tettonica regionale è relativamente attiva, la tettonica gravitativa interferisce più o meno significativamente con la prima, dando luogo ad una casistica molto varia e complessa di possibilità. Per esempio, Merle et al., (1993) descrivono l'influenza tra intrusioni magmatiche nel Plateau del Colorado e faglie inverse coeve. Van Wyk de Vries e Merle (1996) descrivono l'interrelazione tra le strutture formate dalla tettonica gravitativa e dai rift crostali sugli edifici vulcanici. Van Wyk de Vries e Merle (1998) descrivono l'estensione indotta dal carico vulcanico nelle zone di trascorrenza regionale.

2.3 Osservazioni preliminari sul Vulcano Amiata

Per quanto riguarda il Vulcano Amiata, da una prima analisi del modello digitale del terreno (Fig. 3.2) si possono osservare degli elementi strutturali che sembrano corrispondere ai collassi sommitali e sollevamenti basali caratteristici dei fenomeni di sfiancamento ed espansione gravitativa dei vulcani appena descritti. In effetti Canuti et al. (1993) avevano già suggerito tale ipotesi. A questo riguardo vale segnalare che esistono al piede del vulcano una serie di pieghe (sia tangenziali che radiali al vulcano) e faglie inverse (tangenziali) che tagliano anche i sedimenti Pliocenici e che non sembrano strettamente dipendenti dalla tettonica regionale (Calamai et al., 1970; Ferrari et al., 1996; Acocella, 2000; Acocella et al., 2001; Bonini e Sani, 2002; RT, 2006). Se ne potrebbe dedurre, quindi, in accordo con quanto già detto che anche all'Amiata si possono essere verificati fenomeni gravitativi legati allo "spreading" vulcanico.



Fig. 2.2. Modello digitale del terreno con illuminazione da NO 20° sull'orizzonte. Risultano ben visibili strutture che potrebbero essere di collasso sommitale e sollevamento basale legate allo sfiancamento ed espansione del vulcano Amiata.

3. Tettonica gravitativa fragile-duttile nei vulcani

La tettonica gravitativa fragile-duttile nei vulcani può essere esemplificata tramite un modello bidimensionale con simmetria radiale a tre strati (Borgia et al., 2000a; Borgia et al., 2005), composto dall'alto verso il basso da:

1) un "cono" fragile superiore costituito dal vulcano, con densità ρ_v , raggio geometrico R_v , altezza H_v e topografia $h_v(r, t)$ approssimabile dall'equazione:

•
$$h_v = H_v e^{-\frac{r}{R_v}}$$
(3.1)

- 2) uno strato anche questo fragile costituito da strati orizzontali, vulcanici o sedimentari, con densità ρ_b e spessore costante H_b , su cui poggia il cono vulcanico, e
- uno strato duttile inferiore, costituito da formazioni argillose, originariamente orizzontale e di spessore costante, il quale, a sua volta, ha come condizione al contorno inferiore una superficie indeformabile (Fig. 3.1).

Nel caso specifico dell'Amiata, lo strato fragile interposto tra il cono vulcanico (vulcaniti a comportamento fragile) e lo strato duttile (rocce a prevalente componente argillosa con comportamento duttile appartenenti alle unità del dominio Ligure e del Pliocene marino) potrebbe essere praticamente assente o, se presente, costituito da spessori ridotti di unità arenacee marine Plioceniche, mentre il limite indeformabile inferiore, potrebbe essere rappresentato dalla Falda Toscana (RT, 2006). Il limite superiore del modello è comunque libero e sottoposto alla pressione atmosferica.



Fig. 3.1. Schema del modello a tre strati fragile-duttile. Il vulcano è rappresentato dalla linea bianca, lo strato fragile è indicato in arancione, lo strato duttile in tinta unita rosa, il limite inferiore indeformabile in verde. Le variabili sono definite nel testo.

3.1 Analisi dinamica

La descrizione quantitativa della deformazione dello strato duttile (fluido), compreso tra lo strato fragile e la superficie indeformabile è generalmente fatta attraverso le equazioni di Navier-Stokes (Bird et al., 1960), o equazioni di conservazione, che in due dimensioni con simmetria radiale e densità e reologia Newtoniana costanti vengono espresse come:

a) per la massa

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$
(3.1.1a),

b) per il momento nella direzione r

$$\rho_d \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu_d \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right]$$
(3.1.1b),

c) per il momento nella direzione z

$$\rho_d \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu_d \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right] - \rho_d g \qquad (3.1.1c).$$

 v_r e v_z sono le componenti della velocità nelle direzioni spaziali r e z rispettivamente; t è la coordinata temporale, e p è la pressione idrostatica. Il substrato fluido (duttile), di spessore iniziale massimo H_d è assunto incomprimibile.

È possibile definire una serie di parametri, uno per ogni variabile, che corrispondano ai supposti valori massimi che le stesse variabili possono assumere. In particolare, R_v , V_r , V_z , P_d e T che sono rispettivamente la semilunghezza e la velocità nella direzione r, la velocità nella direzione z, la pressione dello strato duttile ed il tempo di deformazione. Di questi parametri solamente R_v deve essere definito dalla geometria del vulcano, mentre gli altri parametri verranno implicitamente definiti dalla stessa analisi dimensionale delle equazioni di conservazione. Inoltre, per il sistema in esame, si assume che lo strato duttile sia lungo, largo e sottile, cioè

$$H_{\rm d} \ll R_{\rm v}.\tag{3.1.2},$$

condizione questa che dovrà essere anch'essa verificata di seguito.

Utilizzando le quantità dimensionali appena descritte vengono inoltre definite le seguenti variabili adimensionali:

$$\xi = \frac{r}{R_{\nu}}; \quad \zeta = \frac{z}{H_d}; \quad \tau = \frac{t}{T}; \quad \omega_{\xi} = \frac{v_r}{V_r}; \quad \omega_{\xi} = \frac{v_z}{V_z}; \quad \varpi = \frac{p}{P_d}; \quad (3.1.3).$$

Si noti che, siccome per i parametri dimensionali sono stati scelti proprio i valori massimi delle corrispondenti variabili dimensionali, le variabili adimensionali definite nell'equazione (3.1.3) variano conseguentemente tra 0 ed 1.

In questo caso la conservazione della massa relativamente al flusso (deformazione) dello strato viscoso duttile può essere scritta come:

$$\frac{1}{\xi} \frac{\partial \left(\xi \omega_{\xi}\right)}{\partial \xi} - \left(\frac{R_{\nu} V_{z}}{H_{d} V_{r}}\right) \frac{\partial \omega_{\xi}}{\partial \xi} = 0$$
(3.1.4)

Si deve osservare che, siccome nell'Eq. (3.1.4) tutte le variabili adimensionali variano tra 0 e 1, si può ragionevolmente supporre che anche i loro differenziali $\frac{\partial \omega_{\xi}}{\partial \xi}$ e $\frac{\partial \omega_{\zeta}}{\partial \zeta}$ varino tra 0 e 1. Perciò, osservando che entrambi i differenziali della velocità devono essere presenti affinché ci sia conservazione della massa, si deduce:

$$\frac{R_{\nu}V_{z}}{H_{d}V_{r}} = O(1) \quad \Rightarrow \quad V_{z} = \left(\frac{H_{d}}{R_{\nu}}\right)V_{r}$$
(3.1.5).

Quindi, anche se non sappiamo a priori quale possa essere il valore massimo della velocità nella direzione z, tramite l'equazione di conservazione della massa si può arrivare ad una sua stima una volta che si conosca la velocità massima nella direzione x.

Usando gli stessi parametri dimensionali definiti nell'Eq. (3.1.3) e la condizione espressa dalla Eq. (3.1.5), la conservazione del momento nella direzione *r* può essere scritta come:

$$\left(\frac{\rho_{d}H_{d}V_{r}}{\mu_{d}}\right)\left(\frac{H_{d}}{R_{v}}\right)\left[\left(\frac{L_{d}}{TV_{r}}\right)\frac{\partial\omega_{\xi}}{\partial\tau} + \omega_{\xi}\frac{\partial\omega_{\xi}}{\partial\xi} + \omega_{\xi}\frac{\partial\omega_{\xi}}{\partial\xi}\right] = -\left(\frac{P_{d}H_{d}^{2}}{\mu_{d}V_{r}R_{v}}\right)\frac{\partial\varpi}{\partial\xi} + \left[\left(\frac{H_{d}}{R_{v}}\right)^{2}\frac{\partial}{\partial\xi}\left(\frac{1}{\xi}\frac{\partial(\xi\omega_{\xi})}{\partial\xi}\right) + \frac{\partial^{2}\omega_{\xi}}{\partial\xi^{2}}\right]$$
(3.1.6)

Tale equazione è stata ricavata utilizzando una parametrizzazione che assume il termine relativo alla viscosità come il più importante per la deformazione in esame. Naturalmente a causa delle supposte basse velocità radiali caratteristiche – che sono in genere dell'ordine di pochi millimetri per anno, cioè di circa $10^{-10} - 10^{-11}$ m s⁻¹ – e delle alte viscosità – attorno a 10^{17} - 10^{19} Pa s (Carena et al. 2000; Borgia et al., 2006) –, si verifica che:

$$\left(\frac{\rho_d H_d V_r}{\mu_d}\right) \left(\frac{H_d}{R_v}\right) <<1$$
(3.1.7).

Di conseguenza tutto il termine relativo alle forze di inerzia a sinistra dell'uguale risulta essere insignificante qualora sia verificato, come verrà fatto di seguito, che:

$$\left(\frac{R_{\nu}}{TV_{r}}\right) \le 1 \tag{3.1.8}$$

Similmente a quanto detto per derivare la condizione dell'Eq. (3.1.4), affinché il termine relativo alla pressione sia di ordine uno e quindi significativo, si deduce che:

$$\frac{P_d H_d^2}{\mu_d V_r R_v} = O(1) \quad \Rightarrow \quad P_d = \frac{\mu_d V_r R_v}{H_d^2}$$
(3.1.9).

Inoltre, come già affermato,

$$\left[\frac{H_d}{R_v}\right]^3 << \left[\frac{H_d}{R_v}\right]^2 << \left[\frac{H_d}{R_v}\right] << 1$$
(3.1.10).

Per cui, sostituendo queste condizioni nell'Eq. (3.1.6) si ottiene la seguente semplificazione del trasporto del momento nella direzione r:

$$0 = -\frac{\partial \varpi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \omega_{\xi}}{\partial \zeta^2}$$
(3.1.11).

Similmente alla conservazione del momento nella direzione r si può scrivere la conservazione del momento nella direzione z, utilizzando le semplificazioni già raggiunte, come:

$$\left(\frac{\rho_{d}H_{d}V_{r}}{\mu_{d}}\right)\left(\frac{H_{d}}{R_{v}}\right)^{3}\left[\left(\frac{L_{d}}{TV_{r}}\right)\frac{\partial\omega_{\zeta}}{\partial\tau}+\omega_{\xi}\frac{\partial\omega_{\zeta}}{\partial\xi}+\left(\frac{H_{d}}{R_{v}}\right)\omega_{\zeta}\frac{\partial\omega_{\zeta}}{\partial\zeta}\right] = -\frac{\partial\overline{\omega}}{\partial\zeta}+\left(\frac{H_{d}}{R_{v}}\right)^{2}\left[\left(\frac{H_{d}}{R_{v}}\right)^{2}\frac{\partial^{2}\omega_{\zeta}}{\partial\xi^{2}}+\frac{\partial^{2}\omega_{\zeta}}{\partial\zeta^{2}}\right]-\frac{\rho_{d}gH_{d}^{3}}{\mu_{d}R_{v}V_{r}}$$
(3.1.12).

Tale equazione è stata ricavata utilizzando una parametrizzazione che assume il termine relativo alla pressione come il più importante per la deformazione in direzione z. In questo caso, sia il termine di inerzia a sinistra dell'uguale che il termine relativo alla viscosità sono trascurabili perché moltiplicati per fattori molto minori di uno. Siccome, inoltre, il termine di gravità deve essere mantenuto affinché il gradiente della pressione verticale sia non-nullo, deve essere:

$$\frac{\rho_d g H_d^3}{\mu_d R_v V_r} = O(1) \quad \Rightarrow \quad V_r = \frac{\rho_d g H_d^3}{\mu_d R_v} \tag{3.1.13}.$$

L'equazione adimensionale della conservazione del momento nella direzione z (Eq. 3.1.12) può così essere semplificata applicando la condizione imposta dalle Eq. (3.1.10) e Eq. (3.1.13):

$$0 = -\frac{\partial \varpi}{\partial \xi} - 1 \tag{3.1.14}$$

Tornando alle equazioni dimensionali, di conservazione della massa e del momento, si giunge quindi alla semplificazione così detta della lubrificazione delle equazioni di Navier-Stokes (Bird et al., 1960):

$$\begin{cases} \frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 & \text{conservatione della massa} & (3.1.15a), \\ -\frac{\partial p}{\partial r} + \mu_d \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} = 0 & \text{conservatione del momento} - r & (3.1.15b), \\ -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_d g = 0 & \text{conservatione del momento} - z & (3.1.15c), \end{cases}$$

Le condizioni al contorno per l'equazione di conservazione della massa, Eq. (3.1.15a), sono abbastanza facili da impostare. In particolare, ricordiamo che detta equazione già implica che non vi è generazione di massa. Inoltre se non vi è aggiunta di argille dal limite inferiore come è ragionevole supporre, né dal limite superiore come è certo, essendo la sedimentazione già interrotta da tempo, allora devono verificarsi rispettivamente le seguenti due condizioni:

$$v_z\Big|_{z=0} = 0$$
 (3.1.16a),

$$v_{z}\Big|_{z=h} = \int_{v_{z}}^{v_{z}} \int_{z=0}^{z=h} \partial v_{z} = \frac{dh_{d}}{dt}$$
(3.1.16b).

L'Eq. (3.1.16a) implica ovviamente anche che non c'è distacco tra lo strato duttile ed il suo substrato, quale potrebbe essere quello generato da ampie cavità riempite da fluidi; cioè, la velocità verticale alla base dello strato duttile è sempre nulla, mentre la velocità verticale al tetto dello strato duttile, Eq. (3.1.16b), è uguale alla evoluzione temporale del suo spessore $h_d(x, t)$.

La scelta delle condizioni al contorno per l'Eq. (3.1.15b) è ragionevolmente semplice per il limite inferiore, in cui si può assumere una condizione di non scivolamento, e cioè:

$$v_r|_{z=0} = 0$$
 (3.1.17a).

Per il limite superiore, invece, la scelta della condizione al contorno è determinata dallo spessore, cioè dalla resistenza la taglio, dello strato fragile presente sopra allo strato duttile. Per uno strato fragile relativamente spesso e quindi poco deformabile la condizione al contorno più vicina alle condizioni reali è simile alla precedente, cioè:

$$v_r|_{z=h} = 0$$
 (3.1.17b1).

Invece qualora lo strato fragile sia estremamente sottile e quindi poco resistente, la condizione che maggiormente approssima le condizioni reali è:

$$\frac{\partial v_r}{\partial z}\Big|_{z=h} = 0 \tag{3.1.17b2}.$$

Infine,

$$p|_{z=h} = P_b(r, t) = \rho_b g H_b + \rho_v g h_v + P_0$$
(3.1.17c).

La condizione sulla pressione, $P_b(r, t)$ nell'Eq. (2.1.17c), è funzione dello spessore e densità dello strato fragile (rispettivamente $H_b \in \rho_b$), dello spessore e densità del vulcano

(rispettivamente h_{ν} , a sua volta funzione di r e di t, e ρ_{ν}) e della pressione al limite superiore degli strati fragili P_0 . Essa risolve implicitamente la condizione al contorno per la pressione in entrambe le Eq. (3.1.15b e c).

Integrando le equazioni (3.1.15) con le condizioni date dalle equazioni. (3.1.16 e 3.1.17) si ottiene:

$$\frac{\partial h_d}{\partial t} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \int_0^h v_r \partial z \qquad (3.1.18a),$$

$$v_r = -\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)}{2\mu_d} \left(h_d z - z^2\right) \qquad (3.1.18b1),$$

$$v_r = -\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial r}\right)}{2\mu_d} \left(2h_d z - z^2\right)$$
(3.1.18b2)

$$p = \rho_d g \left(h_d - z + \frac{\rho_b}{\rho_d} H_b + \frac{\rho_v}{\rho_d} h_v \right) + P_0$$
(3.1.18c).

Le equazioni (3.1.18b1 e 3.1.18b2) sono ottenute rispettivamente tramite le condizioni al contorno imposte dalle equazioni (3.1.17b1 e 3.1.17b2). Combinando tra loro le equazioni (3.1.18), si ottiene:

$$\frac{\partial h_d}{\partial t} = \frac{\rho_v g}{3c\mu_d} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r h_d^3 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\rho_d}{\rho_v} h_d + h_v \right) \right]$$
(3.1.19).

dove c = 4 quando viene utilizzata la condizione al contorno imposta dall'equazione (3.1.17b1), mentre c = 1 quando viene utilizzata la condizione al contorno imposta dall'equazione (3.1.17b2).

Utilizzando ora le variabili adimensionali come definite nell'Eq. (3.1.3) con inoltre le seguenti variabili adimensionali

$$\eta_d = \frac{h_d}{H_d}; \quad \eta_v = \frac{h_v}{H_v} \tag{3.1.20},$$

si giunge a:

$$\frac{3c\mu_d R_v^2}{\rho_v g H_v H_d^2 T} \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi \eta^3 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\rho_d H_d}{\rho_v H_v} \eta_d + \eta_v \right) \right]$$
(3.1.21).

Seguendo le stesse argomentazioni già riportate, affinché il termine che contiene la derivata temporale sia significativo, occorre che:

$$\frac{3c\mu_d R_v^2}{\rho_v g H_v H_d^2 T} = O(1) \quad \Rightarrow \quad T = \frac{3c\mu_d R_v^2}{\rho_v g H_v H_d^2} \tag{3.1.22}.$$

Si noti che le equazioni (3.1.13 e 3.1.22) soddisfano anche la condizione espressa dall'Eq. (3.1.8). Applicando la semplificazione data dall'Eq. (3.1.22) si ottiene, infine:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi \eta^3 \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\rho_d H_d}{\rho_v H_v} \eta_d + \eta_v \right) \right]$$
(3.1.23).

Inversamente, se l'Eq. (3.1.23) è applicabile ad un sistema naturale, i valori caratteristici massimi che le variabili possono assumere vengono stimati, nell'ordine di grandezza dalle equazioni già esposte:

$$V_z = \left(\frac{H_d}{R_v}\right) V_r \tag{3.1.5}.$$

$$V_r = \frac{\rho_d g H_d^3}{\mu_d R_v}$$
(3.1.13).

$$P_d = \rho_d g H_d \tag{3.1.9}.$$

$$T = \frac{3c\mu_d R_v^2}{\rho_v g H_v H_d^2}$$
(3.1.22)

L'Eq. (2.1.23) può essere risolta numericamente applicando le seguenti condizioni al contorno:

$$\eta(\xi = 0, \ \tau > 0) = 0 \tag{3.1.24a},$$

$$\eta(\xi = \infty, \tau) = 1 \tag{3.1.24b}$$

e la seguente condizione iniziale:

$$\eta(\xi, \tau = 0) = 1$$
 (3.1.24c).

La condizione data dall'Eq. (3.1.24a) implica il collasso (affondamento) immediato della zona craterica all'interno dello strato duttile – tale condizione implica un flusso orizzontale nullo all'origine (r = 0) –, mentre le condizioni date dall'Eq. (3.1.24b e 3.1.24c) implicano rispettivamente che a distanza infinita lo strato duttile non risente dell'affondamento del vulcano rimanendo di spessore uguale all'iniziale H_d , e che al tempo iniziale lo strato ha dovunque spessore costante pari a H_d .



Fig. 3.1.1. Soluzione numerica dell'Eq. (3.1.23). Notare come al passare del tempo (curve dal rosso al verde) il vulcano affonda sempre di più nello strato duttile, e come vi sia un'onda che si propaga verso l'esterno (c.f. Borgia et al., 2005).

La soluzione dell'Eq. (3.1.23) è rappresentata in Fig. 3.1.1 a vari tempi adimensionali. Può essere notato che al trascorrere del tempo il vulcano "affonda" nello strato duttile, mentre un'onda di strato duttile si propaga radialmente verso l'esterno. Altresì deve essere sottilineato che qualora lo strato duttile non sia così spesso da impedire la deformazione, il suo spessore non influenza la deformazione imposta dal peso differenziale del vulcano sullo strato duttile.

3.2 Analisi dello stato di rottura critica

Lo strato fragile tra il vulcano e lo strato duttile può, se sufficientemente spesso, inibire lo "spreading" del vulcano sopra allo strato duttile. Le condizioni critiche e la distanza L_t a cui lo strato fragile può "rompersi" sotto il carico del vulcano possono essere calcolate seguendo Borgia et al. (2000a). Prima che avvenga la rottura dello strato fragile, lo stress orizzontale applicato alla base dello strato fragile dal flusso dello strato duttile per ogni

superficie infinitesima radiale è equilibrato tramite la deformazione elastica (compressiva orizzontale) dello strato fragile. Dato che lo stress alla base dello strato fragile è:

$$\sigma_{zr}\Big|_{z=h} = -\mu_d \left. \frac{\partial v_r}{\partial z} \right|_{z=h}$$
(3.2.1),

derivando rispetto a z l'Eq. (3.1.18b) sostituendola nella Eq. (3.2.1) si ha:

$$\sigma_{zr}\Big|_{z=h} = -\frac{\rho_d g}{2} h_d \frac{\partial}{\partial r} (h_d + h_v)$$
(3.2.2)

Tali stress elastici vengono accumulati e trasmessi radialmente verso l'esterno a tutte le successive superfici infinitesime radiali. Lo stress radiale complessivo ad ogni distanza L sarà quindi l'integrale tra 0 ed L dello stress applicato al fondo dello strato fragile, cioè dell'Eq. (3.2.2). diviso per lo spessore dello strato duttile:

$$\sigma_r|_{r=L} = \frac{1}{H_b} \int_0^L \sigma_{zr}|_{z=h} \partial r = -\frac{\rho_d g}{2H_b} \int_0^L \left[h_d \frac{\partial}{\partial r} (h_d + h_v) \right] \partial r$$
(3.2.3)

Al tempo iniziale t = 0 applicando le condizioni date dall'Eq. (3.1.24) si ha:

$$\sigma_{r}|_{r=L} = \frac{\rho_{d}gH_{d}}{2H_{b}} \Big[H_{v} - h_{v}|_{r=L}\Big]$$
(3.2.4).

La fratturazione dello strato fragile determinate da questo stress compressivo avverrà ad una distanza L_t dove esso supererà la resistenza critica dello strato fragile secondo il criterio di frattura di Coulomb. Osservando che alla base del vulcano

$$\sigma_1 \approx -\sigma_r$$
 e $\sigma_2 \approx \sigma_z$ (3.2.5),

per un materiale a coesione nulla, si ha:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\Big|_{r=L_t} = \frac{\sigma_r}{\sigma_z}\Big|_{r=L_t} = N_{\phi} = \frac{1+\sin\phi}{1-\sin\phi}$$
(3.2.6).

Dato che lo stress secondario verticale può essere approssimato da:

$$\sigma_2|_{r=L_t} \approx -\sigma_z|_{r=L_t} = -g\left(\rho_v h_v|_{r=L_t} + \rho_b H_b\right)$$
(3.2.7),

sostituendo l'Eq. (3.2.4) e (3.2.7) nell'Eq. (3.2.6) e risolvendo per L_{t} , si ottiene:

$$L_{t} = -R_{v} \ln \left[\frac{1 - 2N_{\phi} \frac{\rho_{b} H_{b}^{2}}{\rho_{d} H_{d} H_{v}}}{1 + 2N_{\phi} \frac{\rho_{v} H_{b}}{\rho_{d} H_{d}}} \right]$$
(3.2.8).

L'Eq. (3.2.8) ha una soluzione reale quando

$$2N_{\phi} \frac{\rho_b H_b^2}{\rho_d H_d H_v} < 1$$
(3.2.9),

cioè quando

$$H_b < \sqrt{\frac{\rho_d H_d H_v}{2\rho_b N_\phi}} \approx n \sqrt{H_d H_v}$$
(3.2.10),

dove *n* è uguale a 0.5, 0.4, 0.3 rispettivamente per ϕ uguale a 20°, 30° e 40° qualora si possa assumere che il rapporto tra le densità degli strati fragile e duttile sia circa 1.

3.3 Applicazioni della tettonica gravitativa al Monte Amiata.

I risultati teorici riportati al capitolo precedente, possono essere immediatamente applicati al caso del Vulcano Amiata. A questo fine interpolando i profili topografici, nei quali le vulcaniti sono continue per le distanze maggiori dalla vetta, all'Eq. (3.1) si ottiene il raggio geometrico del vulcano $R_{\nu} = 7700$ m. Assumendo inoltre che (Calamai et al., 1970; RT, 2006):

- $H_d = 600$ m, spessore dello strato duttile argilloso ricavato dai sondaggi geotermici,

- $H_v = 1100$ m, altezza del vulcano misurata dalla base delle vulcaniti alla sommità, si ricava dall'Eq. (3.2.10) che

$$H_b < n\sqrt{H_d H_v} \approx 0.5 * \sqrt{600(m) * 1000(m)} \approx 380(m)$$
 (3.3.1).

Cioè, affinché le formazioni arenacee del Pliocene marino (cioè dello strato fragile) sottostanti l'Amiata possano impedire l'espansione vulcanica (volcanic spreading), occorre che esse abbiano uno spessore superiore a circa 380 m. Dato invece che questo spessore è certamente molto inferiore a questo valore e spesso probabilmente nullo, si può affermare che all'Amiata vi sono le condizioni necessarie affinché il fenomeno di espansione vulcanica possa verificarsi.

Laddove può essere supposto che lo strato fragile abbia le seguenti caratteristiche:

- $H_b = 100-200$ m (Calamai et al., 1970; RT, 2006),

-
$$\phi = 30^{\circ}$$
,

si può calcolare dall'Eq. (3.2.8) che le eventuali strutture compressive dovrebbero localizzarsi ad una distanza dalla sommità del vulcano pari a

$$L_{t} = -R_{v} \ln \left[\frac{1 - 2N_{\phi} \frac{\rho_{b} H_{b}^{2}}{\rho_{d} H_{d} H_{v}}}{1 + 2N_{\phi} \frac{\rho_{v} H_{b}}{\rho_{d} H_{d}}} \right] = 4 - 8 \text{ (km)}$$
(3.3.2).

A questa distanza dalla vetta sono presenti nelle formazioni subvulcaniche una serie di horsts tangenziali, pieghe (sia tangenziali che radiali al vulcano) e faglie inverse (tangenziali) che tagliano anche i sedimenti Pliocenici (Calamai et al., 1970; Ferrari et al., 1996; Acocella, 2000; Acocella e Mulugeta, 2001; Bonini e Sani, 2002; RT, 2006) e che potrebbero non sembrare strettamente coerenti con la tettonica regionale. Se ne potrebbe dedurre, quindi, che nella formazione di tali strutture possa aver giocato un ruolo non trascurabile anche il collasso, sfiancamento ed espansione gravitativi del Monte Amiata.

Date queste premesse, è anche possibile stimare nell'ordine di grandezza il tempo necessario affinché tale fenomeno si esaurisca tramite l'Eq. (3.1.22). Assumendo:

- c = 1, in quanto lo strato fragile è praticamente assente,
- $\rho_v = 2600 \text{ kg m}^{-3}$, che è la densità delle rocce vulcaniche,
- $\mu_d = 10^{18}$ Pa s, che è la viscosità media attribuibile alle unità argillose caotiche delle Liguridi (Carena et al., 2000; Borgia et al., 2006),

si ottiene:

$$T = \frac{3c\mu_d R_v^2}{\rho_v g H_v H_d^2} = \frac{3*1*10^{18}*5200^2}{2600*9.8*1100*600^2} = 8.08*10^{12} \text{ (s)} \approx 2.5*10^5 \text{ (a)}$$
(3.3.3).

Questo valore di T è dello stesso ordine di grandezza dell'età del vulcano che è stimata in circa 2-3*10⁵ a (cf. Ferrari et al., 1996, tav. n. 1, e articoli ivi citati). Perciò è concesso supporre che il fenomeno di espansione vulcanica potrebbe essersi già esaurito o essere tuttora blandamente attivo.

4. Bibliografia

- Acocella V., 2000. Space accommodation by roof lifting during pluton emplacement at Amiata (Italy), Terra Nova, vol. 12, p. 149 155.
- Acocella V., Mulugeta G., 2001. Surface Deformation Induced by Pluton Emplacement: The Case of Amiata (Italy). Physics and Chemistry of the Earth, v. 26, n. 4-5, p. 355-362.
- Bird R.B., Stewart W.E., Lightfoot E.N., 1960. Transport Phenomena. John Wiley & Sons, 780 pp.
- Bonini M., Sani F., 2002, Extension and compression in the Northern Apennines (Italy) hinterland: Evidence from the late Miocene-Pliocene Siena-Radicofani Basin and relations with basement structures, Tectonics, vol. 21 n. 3, p. 1-28.
- Borgia A. 1994. Dynamic basis of volcanic spreading. Journal of Geophysical Research, v. 99, p. 17791-17804.
- Borgia A., Treves B., 1992, Volcanic plates overriding the ocean crust: structure and dynamics of Hawaiian volcanoes, Geological Society Special Publication n. 60 p. 277-299.
- Borgia A., Ferrari L., Pasquarè G., 1992. Importance of Gravitational spreading in the tectonic and volcanic evolution of Mount Etna. Nature, v. 357, p. 231-235.
- Borgia A., Delaney P.T., Denlinger R.P., 2000a, Spreading volcanoes, Annual Review of Earth Planetary Sciences, v. 28, p. 539-70.
- Borgia A., Lanari R., Sansosti E., Tesauro M., Berardino P., Fornaro G., Neri M., Murray J.B., 2000b. Actively growing anticlines beneath Catania form the distal motion of Mount Etna's decollement measured by SAR interferometry and GPS. Geophysical Research Letters, v. 27, n. 20, p. 3409-3412.
- Borgia A., Van Wyk de Vries B., 2003, The volcano-tectonic evolution of Concepción, Nicaragua, Bull Volcanol, 65: 248-266.
- Borgia A., Tizzani P., Solaro G., Manzo M., Casu F., Luongo G., Pepe A., Berardino P., Fornaio F., Sansosti E., Riciardi, Fusi N., Di Donna G., Lanari R., 2005. Volcanic spreading of Vesuvius, a new paradigm for interpreting its volcanic activity. Geophysical Research Letters, v. 32, L03303, doi:10.1029/2004GL022155.

- Borgia A., Grieco G., Brondi F., Badalì M., Merle O., Pasquarè G., Martelli L., di Nardo T., 2006. Shale diapirism in the Quaternary tectonic evolution of the Northern Apennine, Bologna, Italy. Journal of Geophysical Research, in press.
- Calamai A., Cataldi R., Squarci P., Taffi L., 1970. Geology, Geophysics and Hydrogeology of the Monte Amiata Geothermal Fields. Geothermics, v. 1, 150 pp.
- Carena S., Borgia A., Pasquarè G., Battaglia A., Ferrarsi M., Martelli L., De Nardo M.T., 2000. Gravity synclines. Journal of Gephysical Research, v. 105, p. 21819-21833.
- Canuti P., Garduño V.H., Garzonio C.A., Iotti A., 1993, Slope evolution and mass movements in the Mt. Amiata region (Tuscany, Italy). International Workshop on environmental Volcanology, riassunto, p. 35-36.
- Ferrari L., Conticelli S., Burlamacchi L., Manetti P., 1996. Volcanological Evolution of the Monte Amiata, Southern Tuscany: New geological and Petrochemical data. Acta Vulcanologia, v. 8, n. 1, p. 41-56.
- Merle O., Borgia A., 1996. Scaled experiments of volcanic spreading. Journal of Geophysical Research, v. 101, p. 13805-13817.
- Merle O., Davis G.H., Nickelsen R.P., Gourlay P.A., 1993, Relation of thin-skinned thrusting of Colorado Plateau strata in southwestern Utah to Conozoic magmatism. Geological Society of America Bullettin, v. 105, p. 387-398,
- Merle O, Vendeville B., 1995. Experimental modelling of thin-skinned shortening around magmatic intrusions. Bulletin of Volcanology, v. 57, p. 33-43.
- Neri M., Acocella V., Behncke B., 2004. The role of the Pernicana Fault System in the spreading of Mt. Etna (Italy) during the 2002-2003 eruption. Bulletin of Volcanology, v. 66, p. 417-430.
- RT (Regione Toscana) 2006. Carta geologica regionale in scala 1:10.000, in stampa.
- Van Bemmelen R.W., 1949. The Geology of Indonesia.General Geology of Indonesia and Adjacent Archipelagos 1A. The Hauge, The Netherlands: Government Printing Office, 732 pp.
- Van Wyk De Vries B., Borgia A., 1996. The role of basement in volcano deformation. In McGuire W.J., Jones A.P., Neuberg J., eds, Volcano Instabilities on Earth and other Planets, Geological Society of London Special Publication, v. 110, p. 95-110.

- Van Wyk de Vries B., Merle O., 1996, The effect of volcanic construction on rift fault patterns. Geology, v. 24, n. 7, p. 643 646.
- Van Wyk De Vries B., Matela R., 1997. Styles of volcano-induced deformation: numerical models of substratum flexure, spreading and extrusion. Journal of Volcanology and Geothermal Research, v. 81, p. 1-18.
- Van Wyk de Vries B., Merle O., 1998, Extension induced by volcanic loading in regional strike-slip zones. Geology, v. 26, n. 11, p. 983 986.